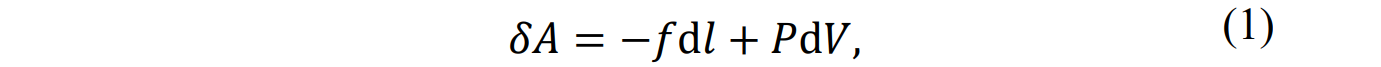
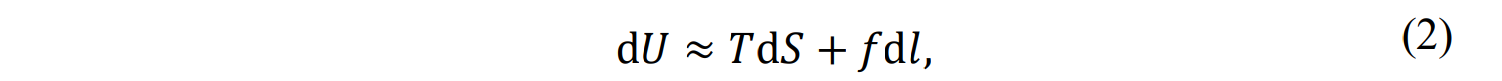
*Теоретические сведения к Вопросу по Выбору*

Прежде, чем переходить непосредственно к описанию свойств резины, напомним некоторые общие термодинамические соотношения. Рассмотрим растяжение тонкой полосы или стержня длиной 𝑙 под действием внешней силы 𝑓. Работа, совершаемая образцом, складывается из работы по растяжению и работы против внешнего давления:



где 𝑃 — атмосферное давление. Последнее слагаемое как правило оказывается мало по сравнению с первым. Во-первых, для сколь-нибудь значимых деформаций требуется напряжение, значительно превышающее 1 атм, и во-вторых, ввиду близости коэффициента Пуассона резины к 1/2 относительное изменение объёма образца значительно меньше его удлинения. Таким образом, первое начало термодинамики применительно к нашей задаче запишется в следующем виде:

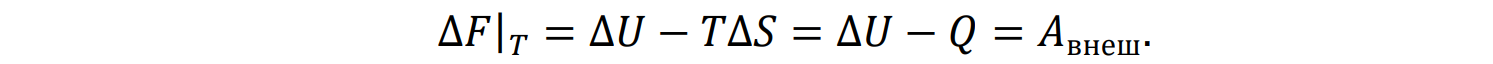


где — переданная образцу теплота, выраженная через энтропию 𝑆.

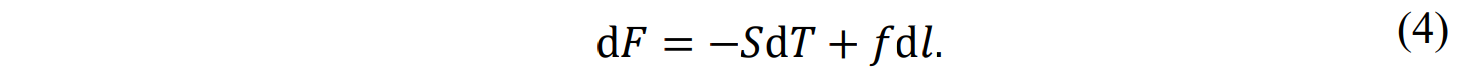
При измерениях, проводимых в контакте с окружающей средой при постоянной температуре, удобно использовать не внутреннюю, а свободную энергию, определяемую как



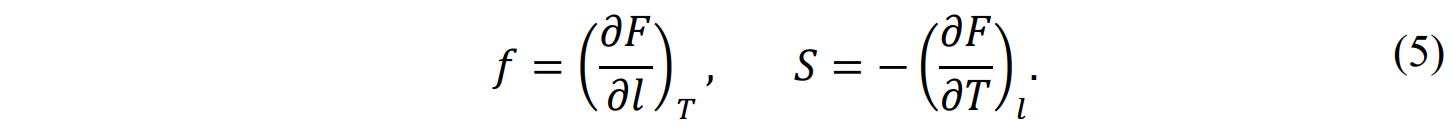
Приращение свободной энергии равно работе внешних сил в изотермическом процессе:



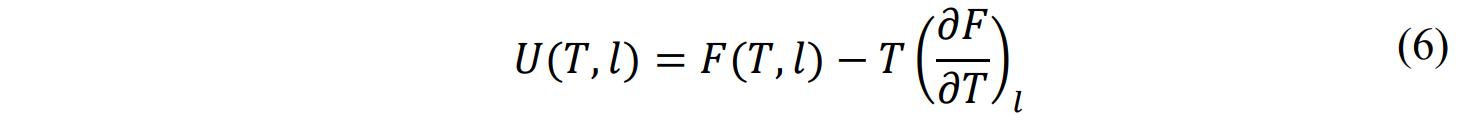
Вычисляя дифференциал от (3) с учётом (2), получим



Отсюда находим

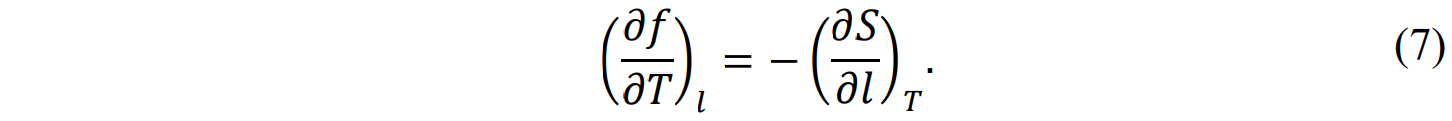


Первое соотношение даёт связывает свободную энергию как функцию температуры и удлинения 𝐹(𝑇,𝑙) с термическим уравнением состояния 𝑓(𝑇,𝑙) системы. Второе позволяет вычислить энтропию, задав таким образом калорические свойства системы. В частности, внутренняя энергия может быть отсюда выражена как функция температуры и удлинения:

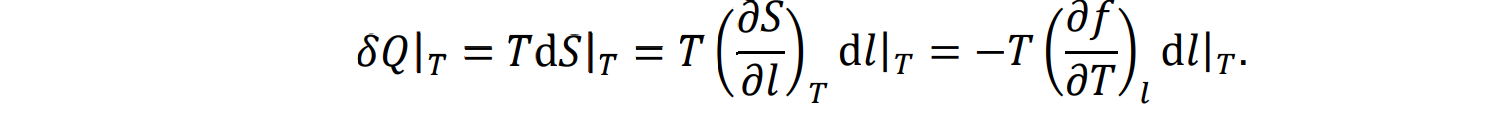


*(соотношение Гиббса-Гельмгольца)*

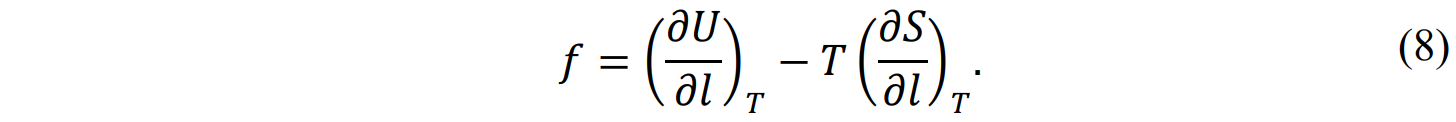
Далее, дифференцируя первое уравнение (5) по 𝑇, а второе по 𝑙, и пользуясь независимостью порядка вычисления частных производных для гладкой функции, приходим к одному из соотношений Максвелла:



Это соотношение связывает тепловой эффект при изотермическом процессе с уравнением состояния вещества:



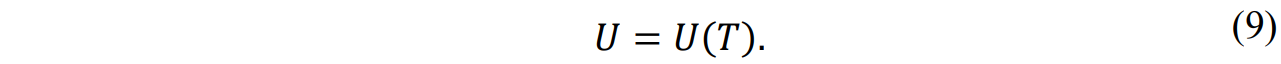
Наконец, получим в общем виде связь между термическим 𝑓(𝑇,𝑙) и калорическим 𝑈(𝑇,𝑙) уравнениями состояния тела. Для этого рассмотрим первое начало (2) при постоянной температуре. Поделим обе части на d𝑙|𝑇 и выразим из этих соотношений силу натяжения:



Эта формула показывает, что упругие свойства вещества определяются не только зависимостью его внутренней энергии от деформации, но и изменением его энтропии. В большинстве твёрдых тел доминирующим является первое слагаемое (8), тогда как в резине (а также в газах) преобладает второе.

*Термодинамика резины*

Все полученные выше соотношения справедливы в равной степени для растяжения любых материалов. Теперь перейдём к рассмотрению растяжения резиновой полосы. Рассмотрим упрощённую модель: предположим, что внутренняя энергия резиновой полосы не зависит от её длины 𝑙 и определяется только температурой

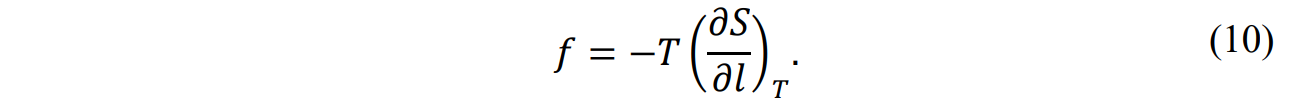


Хотя с первого взгляда такая модель может показаться надуманной (ведь резина — не идеальный газ!), однако оказывается, что она весьма неплохо подтверждается на опыте. Объяснить это можно следующим образом: внутренняя энергия есть сумма кинетической и потенциальной энергий молекул 𝑈 = 𝐾 + Π, где кинетическая энергия определяется температурой, а потенциальная зависит, главным образом, от среднего расстояния между молекулами. Последнее же при растяжении меняется мало, поскольку объём резиновой полосы остаётся практически неизменным. Условие (9) иногда называют моделью «идеальной резины». Рассмотрим изотермическое растяжение такой резины. Тогда в силу (9) внутренняя энергия постоянна, d𝑈 = 0. Подставляя в (2), находим

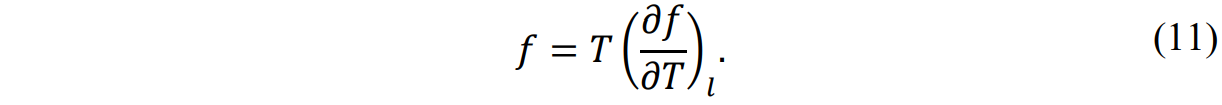


Видно, что при изотермическом растяжении резина, растянутая внешней силой 𝑓 > 0, выделяет тепло: 𝑄 < 0. При этом работа, совершаемая внешними силами, идёт не на приращение внутренней энергии, а целиком передаётся окружающей среде в виде тепла (свободная же энергия системы увеличивается на величину совершенной работы: Δ𝐹 = 𝐴внеш).

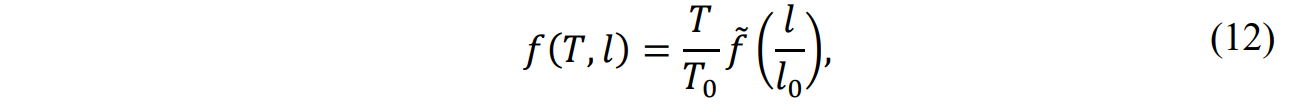
Исследуем, как силы растяжения резины зависит от температуры. Из (8) с учётом имеем следующее равенство:



Как видно, упругие свойства резины связаны не с изменением её внутренней энергии при растяжении, а с изменением её энтропии. Данная ситуация вполне аналогична адиабатическому расширению идеального газа, только энтропия резины при растяжении не возрастает, а убывает! Далее, пользуясь соотношения Максвелла (7), находим



Это может быть выполнено, только если сила прямо пропорциональна температуре, то есть уравнение состояния имеет вид



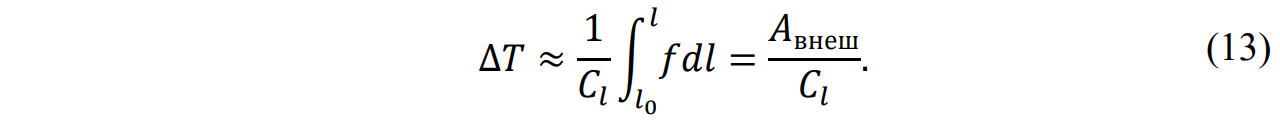
где — некоторая функция, зависящая только от растяжения образца. Именно соотношение (15) позволяет проверить исходное предположение о независимости внутренней энергии от деформации: если справедливо условие (9), то модуль Юнга резины должен быть прямо пропорционален её абсолютной температуре. Последнее хорошо подтверждается на опыте. Теперь рассмотрим **адиабатическое** растяжение резины. Квазистатический (обратимый) процесс является изоэнтропическим: d𝑆 = 0. Тогда из первого начала (2) имеем



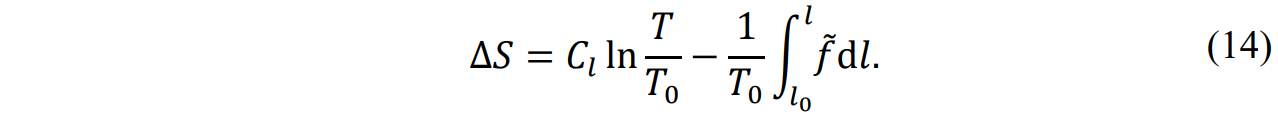
Поскольку 𝑈 не зависит от 𝑙, приращение внутренней энергии резины можно представить как



где 𝐶𝑙 — теплоёмкость резины при постоянном удлинении. Считая изменение температуры (но не длины!) малым, Δ𝑇 ≪ 𝑇, получим окончательно:



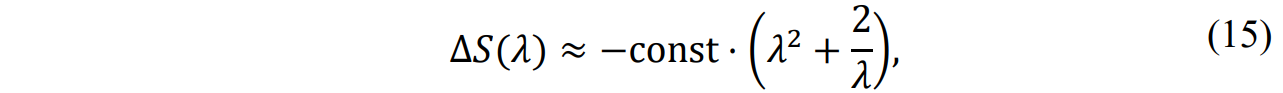
Таким образом, при адиабатическом растяжении резина нагревается пропорционально работе внешних сил. Также можно получить явное выражение для энтропии резины. Выражая непосредственно из (2) и интегрируя, найдём:



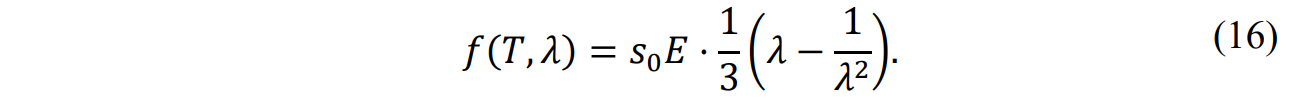
Видно, что при увеличении 𝑙 энтропия должна убывать, что в изоэнтропическом процессе компенсируется увеличением её температуры. При Δ𝑇 ≪ 𝑇0 условие Δ𝑆 = 0 приводит к (13).

*Закон растяжения резины*

Скажем несколько слов о функции , отвечающей за упругие свойства резины при постоянной температуре. В общем случае для неё не существует строгих аналитических выражений, и на практике используются различные эмпирические и полуэмпирические (*данная модель использует частично результаты опытов и теоретические соображения*) модели. Неплохое согласие с опытом даёт модель «идеальной полимерной сетки» (W. Kuhn, 1936). Статистический расчёт приводит к следующему выражению для энтропии резины как функции растяжения при 𝑇 = const:



где для краткости введено относительное растяжение . Тогда, подставляя энтропию (15) в формулу (10), где 𝑙 = 𝜆𝑙0, приходим к следующему уравнению состояния:



Здесь 𝑠0 — площадь поперечного сечения недеформированного образца, — модуль Юнга резины, зависящий от температуры согласно (12). Коэффициент 1/3 подобран так, чтобы при малых деформациях (при 𝜆 → 1) уравнение переходило в классический закон Гука .

*Формулы для расчёта погрешностей величин, фигурирующих в эксперименте*

* Формула для расчёта погрешности углового коэффициента прямых, полученных аппроксимацией графиков зависимостей силы f от растяжения в координатах и :
* Погрешность измерения модуля Юнга E резины:
* Погрешность измерения зависимости работы силы f от растяжения :
* Погрешность измерения теплоёмкости резины :
* Погрешность измерения удельной теплоёмкости резины :
* Усреднение погрешности для трёх :
* Погрешность измерения значения функции f в начале измерения:
* Погрешность измерения :